

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ПО математике

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

" 3 " декабря 2020 г.

ШИФР 1108

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

УЧЕНИЦЫ 11 КЛАССА

Алтайский район

(наименование муниципалитета)

МБОУ Алтайская СОШ №1

(наименование образовательной организации)

Алексеевой Софьи Фёдоровны

(Фамилия Имя Отчество участника)

Учитель участника по предмету: Бабеева Тамара Яковлевна

Номер задания/ субтест	1	2	3	4	5	Итого
Баллы	55	75	65	05	05	185

Председатель жюри: [подпись]

Исрабакова Л.Н.

Члены жюри: [подпись]

Менделеев Н.Т.  
ФИО

[подпись]

Бабеева Т.С.  
ФИО

[подпись]

Ломоносова И.В.  
ФИО

ФИО



1108

188

Всероссийская олимпиада школьников  
по математике  
Алтайский край, муниципальный этап,  
2020 - 2021 гг., 11 класс.

11.1.

$$x^2 + 2x \cdot \cos(x \cdot y) + 1 = 0$$

$$\text{O.D.З.} \therefore x \in \mathbb{R}.$$

$$a = 1, b = 2, c = 1$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0, \Rightarrow \text{2 одинаковых корня.}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1.$$

Подставим это значение в уравнение:

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot \cos(-1 \cdot y) + 1 = 0$$

$$1 - 2 \cdot \cos(-y) + 1 = 0$$

$$1 - 2 \cdot \cos y + 1 = 0$$

$$-2 \cos y = -1 - 1$$

$$-2 \cos y = -2$$

$$2 \cos y = 2$$

$$\cos y = \frac{2}{2}$$

$$\cos y = 1$$

$$\cos(-1) = 1; \Rightarrow \cos(xy) = 1.$$

~~нам~~ проверим уравнение:

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot (1 + 1) = 0$$

$$1 - 2 + 1 = 0$$

$$-2 + 2 = 0$$

$$0 = 0, \Rightarrow \text{уравнение верно.}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -1; x_2 = -1.$$



11. 2.

$$1 + 11 + 101 + 1001 + 10001 + 100001 + \dots + \underbrace{10000\dots 01}_{2020 \text{ нулей}}$$

если в последнем числе 2020 нулей, а началось оно с третьего числа - 101,  $\Rightarrow 2020 + 2 = 2022$  - всего чисел, которые надо сложить.

Система с прибавлением каждого следующего числа будет выглядеть так:

- 1) 1.
- 2) 12
- 3) 113
- 4) 1114
- 5) 11115
- 6) 111116
- 7) 1111117
- 8) 11111118
- 9) 111111119
- 10) 1111111120
- 11) 1111111121 и т.д.

$\Rightarrow$  21 число будет состоять из 21 цифра и оканчиваться на 131.

2) 31 число будет состоять из 31 цифра и оканчиваться на ...141.

$\Rightarrow$  2022 число будет состоять из 2022 цифр и оканчиваться на ...12032.

$\Rightarrow$  последние 4 цифра будут составлять сумму  $(2+0+3+2)=7$ , а остальные  $2022 - 4 = 2018$  цифр будут единицы, и они будут составлять сумму  $2018 \cdot 1 = 2018$

$\Rightarrow$  общая сумма числа  $2018 + 7 = \underline{2025}$ .

Ответ: 2025.



Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
Муниципальное бюджетное  
образовательное учреждение  
Алтайская средняя  
общеобразовательная  
школа №1  
им. П.К. Коршунова  
Алтайского района  
Алтайского края  
659651, с. Алтайское,  
ул. Белокурихинская, 6  
ИНН 2232006373  
ОГРН 1022201906132

$a > 0; b > 0.$

$a - \sqrt{a \cdot b}$  - рациональное число

$b - \sqrt{a \cdot b}$  - рациональное число

$a; b$  - рациональные?

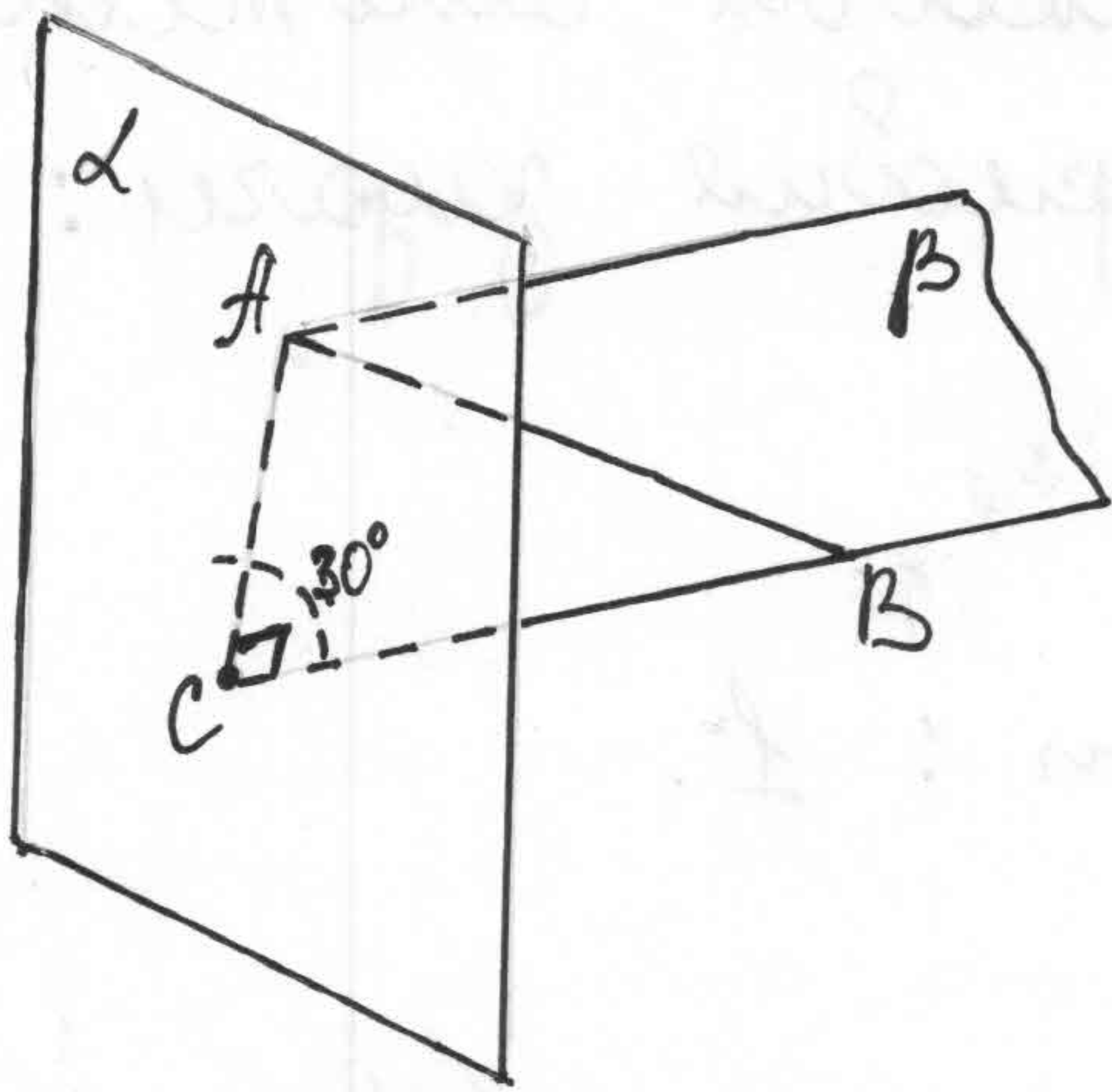
6.

Нам известно, что  $(a - \sqrt{a \cdot b})$  и  $(b - \sqrt{a \cdot b})$  - рациональные числа,  $\Rightarrow a$  и  $b$  - положительные, т.к. ~~из~~ под корнем не могут быть ~~только~~ отрицательные.

если  $a$  и  $b$  будут иррациональными, тогда выражения  $(a - \sqrt{a \cdot b})$  и  $(b - \sqrt{a \cdot b})$  не будут рациональными,  $\Rightarrow$  числа  $a$  и  $b$  - рациональные

ч.т.д.

11.4.



Дано:  
 $\Delta ABC$  - прямоугол.  
 $\angle C = 90^\circ$ ;  $\Delta ABC \in \beta$   
 $C \in \alpha$

$A, B \in \beta$

$\angle ACB \wedge \alpha = 30^\circ$

Найти:

$\alpha \wedge \beta = ?$

Решение:

$\Delta ABC \in \beta$ ,  $\Rightarrow$  катеты  $AC$  и  $BC \in \beta$ .

т.к. катеты  $\Delta ABC$   $AC$  и  $BC$  образуют угол  $30^\circ$  с плоскостью  $\alpha$ ,  $\Rightarrow$  вся плоскость  $\beta$ , в которой лежит  $\Delta ABC$  образует угол  $30^\circ$  с плоскостью  $\alpha$ ,  $\Rightarrow \alpha \wedge \beta = 30^\circ$ .

Ответ:  $30^\circ$ .





11.5.

$\frac{m}{n} < 1$ , — несократимые дроби

$m, n$  — натуральные числа.

$$m \cdot n = 25.$$

$$\frac{1}{25};$$

Такой дробью будет являться только одна:  $\frac{1}{25}$ , т.к.:

$m \cdot n = 25$ ,  $\Rightarrow$  мы можем брать числа только до 25, если возьмем больше, например 27, то и произведение  $m \cdot n \neq 25$ .

В условии сказано, что  $m, n$  — натуральные числа,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  разложим 25 на натуральные множители и

получим только 2 пара: 1) 1 · 25  
2) 5 · 5.

Если мы возьмем два одинаковых множителя: 5, то у нас не будут соблюдаться условия задачи:

1)  $m$  и  $n$  — разные числа.

2)  $\frac{m}{n} < 1$ , т.к.  $\frac{5}{5} = 1$ .

$\Rightarrow$  количество таких дробей будет: 1.

Ответ: 1.

185



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ПО математике

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

" 3 " декабря 2020 г.

ШИФР 1103

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

УЧЕНИка 11 КЛАССА

Алтайский район

(наименование муниципалитета)

МБОУ Алтайская СОШ № 5

(наименование образовательной организации)

Горюшков Иван Евгеньевич

(Фамилия Имя Отчество участника)

Учитель участника по предмету: Склярченко Ирина Николаевна

Номер задания/ субтест	1	2	3	4	5	Итого
Баллы	58	58	25	-	-	125

Председатель жюри: [подпись]

Исербанова И.Н.

Члены жюри: Баллид

Бадаева Т.А.  
ФИО

Гоним

Томомарева И.В.  
ФИО

Солнцев

Михайлова Е.Ю.  
ФИО

ФИО



Российская Федерация  
Администрация Алтайского  
района Алтайского края  
Муниципальное бюджетное  
образовательное учреждение  
Алтайский край  
общее образование школа №2  
Алтайского района  
Алтайского края  
650650 с. Алтайское,  
ул. Советская, 120  
тел.: 8 (38537) 22-6-99  
ИНН 2232006849  
ОГРН 1022201907034

№

20

11.03

№ 11.1.

$$x^2 + 2x \cdot \cos(\pi y) + 1 = 0.$$

$$D = 4\cos^2 \pi y - 4 = 4(\cos^2 \pi y - 1) = 0.$$

$$\cos^2 \pi y - 1 = 0.$$

$$\cos^2 \pi y = 1.$$

$$\frac{\cos 2\pi y + 1}{2} = 1$$

$$\cos 2\pi y = 1$$

$$2\pi y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = \frac{\pi n}{\pi}.$$

$$x^2 + 2x \cos\left(\frac{\pi n \cdot \pi}{\pi}\right) + 1 = 0.$$

$$\cos \pi n = \pm 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$1 - 2\cos(-y) + 1 = 0$$

$$-2\cos(-y) = -2.$$

$$\cos(-y) = 1$$

$$-y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y_1 = -2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x_2 = 1.$$

$$1 + 2\cos y + 1 = 0.$$

$$2\cos y = -2$$

$$\cos y = -1$$

$$y = -(\pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}.$$

$$y_2 = -\pi(1 + 2n), n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ:  $(-1; -2\pi n, n \in \mathbb{Z}); (1; -\pi(1 + 2n), n \in \mathbb{Z})$

5

12/8



Российская Федерация  
 Администрация Алтайского  
 района Алтайского края  
 Муниципальное бюджетное  
 общеобразовательное учреждение  
 Алтайского района  
 Алтайского края  
 659550 с. Алтайское,  
 ул. Советская, 120  
 тел.: 8 (38537) 22-6-99  
 ИНН 2232006849  
 ОГРН 1022201907034

11.03.

(12) 5

№ 11.2.

$$\underbrace{1 + 11 + 101 + 1001}_{4 \text{ слагаемых}} = 1 + (1+10) + (1+100) + (1+1000) = 4 + (10+100+1000) = 4 + 1110$$

Пусть  $n$  - количество слагаемых

$$\underbrace{1 + 11 + 101 + \dots + 1000\dots01}_{2022 \text{ слагаемых}} = \underbrace{2022}_{4 + 1110} + \underbrace{111\dots111,0}_{(n-1) \text{ единиц}} = 2022 + 111\dots111,0 =$$

$$= 111\dots13132$$

2018 единиц

Ответ:  $111\dots13132$   
 2018 единиц

5

№ 11.3.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 - ab) + (b^2 - ab)$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b = (a - \sqrt{ab}) + (b - \sqrt{ab})$$

П.к. сумма двух рациональных чисел  $(a - \sqrt{ab}) + (b - \sqrt{ab})$  равна  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ , значит числа  $a$  и  $b$  - рациональные, т.е.

2